Arithmétique signée et non signée dans un processeur

Module Info 2

Sebastien.Kramm@univ-rouen.fr

IUT GEII Rouen

2013-2014

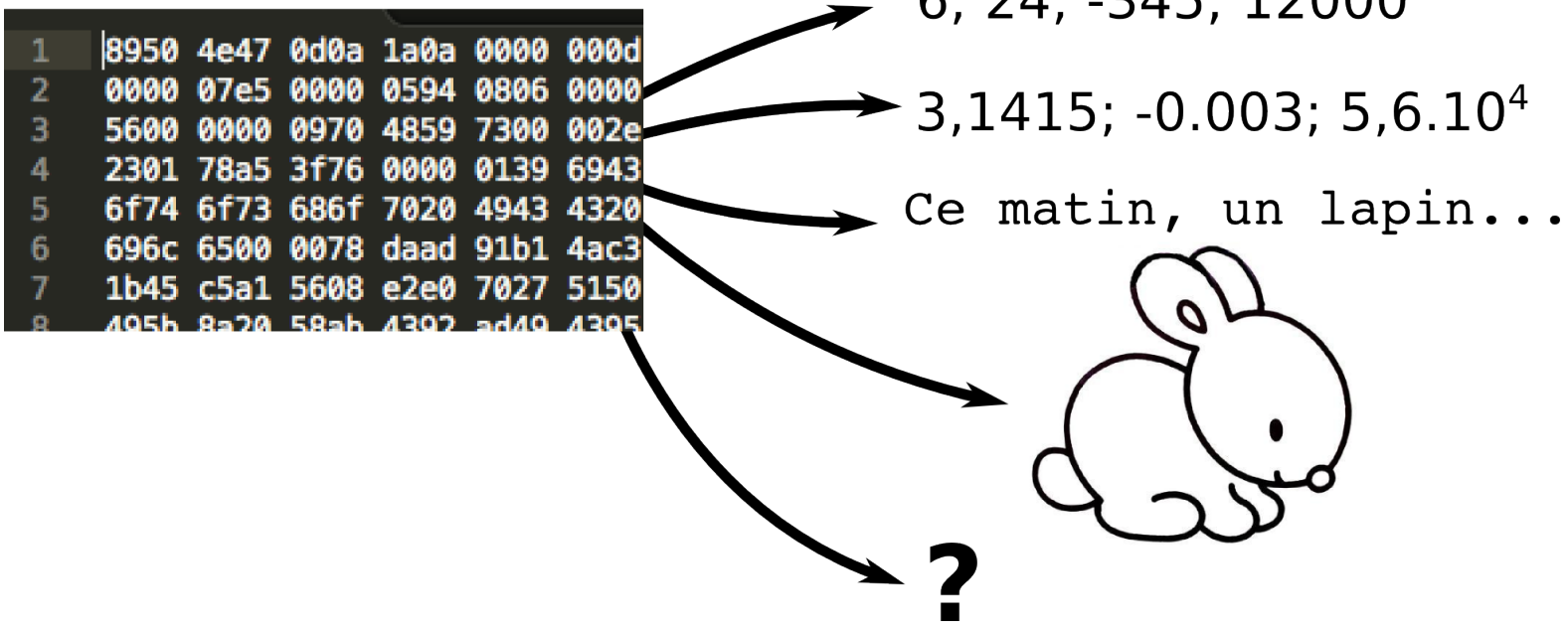
Codage de l'information dans un ordinateur

- Les octets en mémoire peuvent représenter :
  - un programme ;

UNIVERSITÉ DE ROUEN

Codage de l'information dans un ordinateur

- Les octets en mémoire peuvent représenter :
  - un programme ;
  - ou des données, qui sont **codées** d'une certaine façon.
    (entiers, flottants, texte, image, son, video, . . .)



Codage des entiers

- Soit n bits représentant une valeur entière
- En la considérant **non signée**, on a 2^n valeurs, numérotées de 0 à $2^n - 1$
  (exemple : sur 8 bits, 0 à 255)
- Si on veut représenter des valeurs signées, on réserve un bit pour le signe, on a donc 2^{n-1} valeurs possibles.
  (exemple : sur 7 bits, 128 valeurs possibles)

Par convention

Le bit de signe est **toujours** le bit de poids fort.

- 0 : nombre positif
- 1 : nombre négatif

Remarque : la valeur 0 est considérée comme positive.

UNIVERSITÉ DE ROUEN

Représentation nombres signés : complément à 2

- Si positif, codage binaire "classique"
  Exemple : 0x27 = 0010 0111 = 2x16+7 = 39
- Si négatif, codage "complément à 2"
  1. Complémentation de tous les bits
  2. Addition de 1 à la valeur obtenue

Représentation nombres signés : complément à 2

- Si positif, codage binaire "classique"
  Exemple : 0x27 = 0010 0111 = 2x16+7 = 39
- Si négatif, codage "complément à 2"
  1. Complémentation de tous les bits
  2. Addition de 1 à la valeur obtenue

Exemples

- Codage de la valeur -14 sur 8 bits : $14_{10} = 8 + 4 + 2 = (0000.1110)_2$
  1. Complément à 1 : $\overline{0000.1110} = 1111.0001$
  2. Ajout de 1 : $1111.0001 + 1 = 1111.0010 = \texttt{0xF2}$

Représentation nombres signés : complément à 2

- Si positif, codage binaire "classique"
  Exemple : 0x27 = 0010 0111 = 2x16+7 = 39
- Si négatif, codage "complément à 2"
  1. Complémentation de tous les bits
  2. Addition de 1 à la valeur obtenue

Exemples

- Codage de la valeur -14 sur 8 bits : $14_{10} = 8 + 4 + 2 = (0000.1110)_2$
  1. Complément à 1 : $\overline{0000.1110} = 1111.0001$
  2. Ajout de 1 : $1111.0001 + 1 = 1111.0010 = \texttt{0xF2}$
- Codage de la valeur -14 sur 16 bits : $14_{10} = (0000.0000.0000.1110)_2$
  1. Complément à 1 : 1111.1111.1111.0001
  2. Ajout de 1 : $1111.1111.1111.0010 = \texttt{0xFFF2}$

Pourquoi le complément à 2 ?

Pourquoi le complément à 2 ?

- Permet d'utiliser la même ALU pour le calcul en signé et en non-signé :

```
            $B6 + $03  = $B9
Signé :     -74 + (+3) = -71
Non signé: 182 +   3   = 185
```

Pourquoi le complément à 2 ?

- Permet d'utiliser la même ALU pour le calcul en signé et en non-signé :

```
            $B6 + $03   = $B9
Signé :     -74 + (+3) = -71
Non signé: 182 +   3   = 185
```

- Transforme les soustractions en additions

```
5 - 2 = 5 + (-2) = $05 + $FE = $03
```

Remarque : la retenue obtenue est ici **ignorée**.

Exemple de représentation

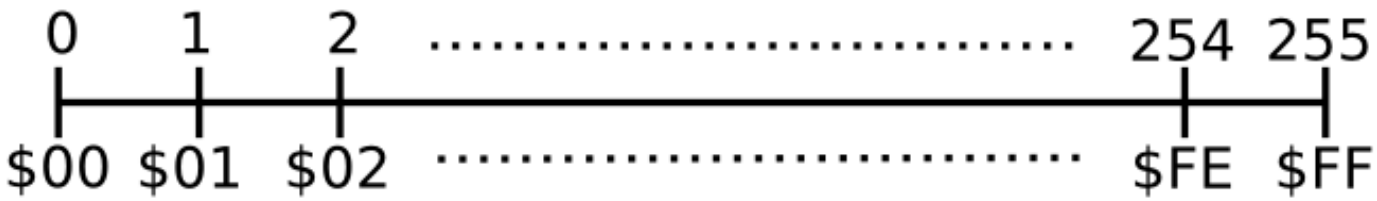
- L'octet `0x41` peut représenter :
  - La valeur non signée 65 (4x16+1)
  - La valeur signée +65
  - Le code ASCII de 'A'

Exemple de représentation

- L'octet `0x41` peut représenter :
  - La valeur non signée 65 (4x16+1)
  - La valeur signée +65
  - Le code ASCII de 'A'
- L'octet `0xE9` peut représenter :
  - La valeur non signée 233 (15x16+9)
  - La valeur signée -23
    E9= $-(\overline{1110.1001}+1) = -(0001.0110+1) = -(0001.0111) = -(16+4+2+1)$

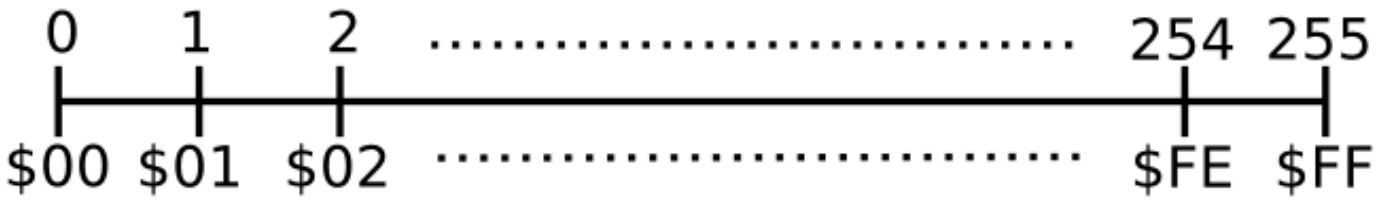
Etendue numérique

- en non-signé sur 8 bits :

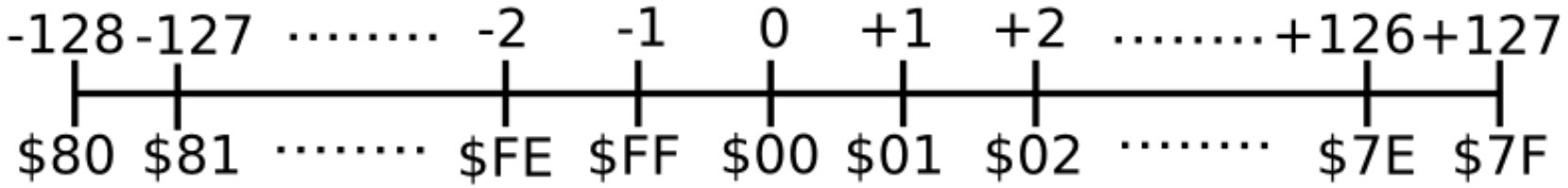


Etendue numérique

- en non-signé sur 8 bits :



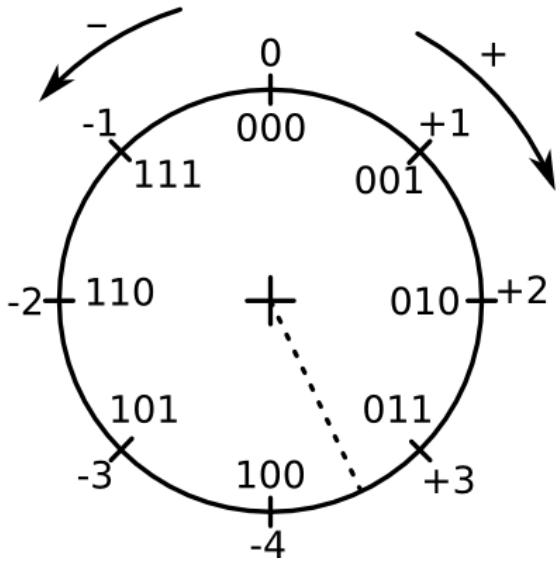
- en signé sur 8 bits :



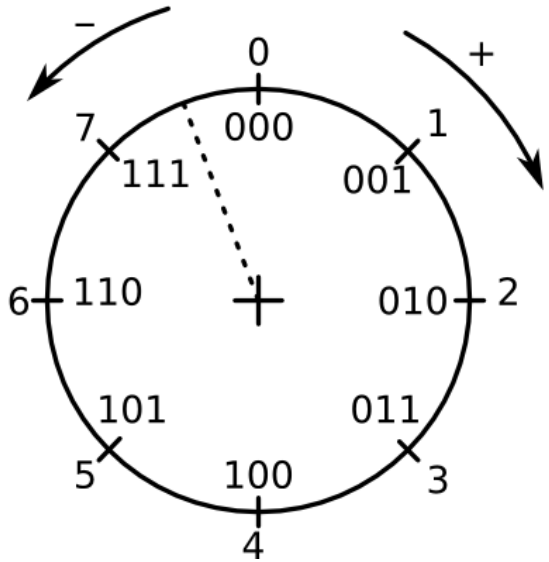
Représentation circulaire

- On peut montrer les deux représentations sous la forme d'un cercle, par exemple, pour 3 bits :

- en signé :



- en non-signé :



- On aura un débordement lorsqu'une opération va **franchir** le trait pointillé.

bits NZVC (registre CC)

- Ces bits sont positionnés :
  - par l'ALU en cas de calcul,
  - par certaines instructions de chargement de registre (exemple : `ldaa #0` $\Rightarrow$ Z=1, N=0)
- N : Negative $\Rightarrow$ recopie du bits de poids fort (signe)
- Z : Zero $\Rightarrow$ =1 si valeur nulle
- V : oVerflow $\Rightarrow$ Débordement en "Signé"
- C : Carry $\Rightarrow$ Débordement en "Non Signé"

UNIVERSITÉ DE ROUEN

Exemple de calculs

- opération : `7E+1=7F`
  - En "non signé" : 126+1=127 : pas de débordement $\Rightarrow$ C=0
  - En "signé" : +126+(+1)=+127 $\Rightarrow$ V=0

Exemple de calculs

- opération : 7E+1=7F
  - En "non signé" : 126+1=127 : pas de débordement $\Rightarrow$ C=0
  - En "signé" : +126+(+1)=+127 $\Rightarrow$ V=0
- opération : 7E+2=80
  - En "non signé" : 126+2=128 : pas de débordement $\Rightarrow$ C=0
  - En "signé" : +126+(+2)=-128 : débordement ! $\Rightarrow$ V=1

UNIVERSITÉ DE ROUEN

Exemple de calculs

- opération : `7E+1=7F`
  - En "non signé" : 126+1=127 : pas de débordement $\Rightarrow$ C=0
  - En "signé" : +126+(+1)=+127 $\Rightarrow$ V=0
- opération : `7E+2=80`
  - En "non signé" : 126+2=128 : pas de débordement $\Rightarrow$ C=0
  - En "signé" : +126+(+2)=-128 : débordement ! $\Rightarrow$ V=1
- opération : `FF+1=00`
  - En "non signé" : 255+1=0 : débordement ! $\Rightarrow$ C=1
  - En "signé" : -1+(+1)=0 : pas de débordement $\Rightarrow$ V=0

UNIVERSITÉ DE ROUEN

Exemple de calculs

- opération : 7E+1=7F
  - En "non signé" : 126+1=127 : pas de débordement $\Rightarrow$ C=0
  - En "signé" : +126+(+1)=+127 $\Rightarrow$ V=0
- opération : 7E+2=80
  - En "non signé" : 126+2=128 : pas de débordement $\Rightarrow$ C=0
  - En "signé" : +126+(+2)=-128 : débordement ! $\Rightarrow$ V=1
- opération : FF+1=00
  - En "non signé" : 255+1=0 : débordement ! $\Rightarrow$ C=1
  - En "signé" : -1+(+1)=0 : pas de débordement $\Rightarrow$ V=0
- opération : 80+81=01
  - En "non signé" : 128+129=1 : débordement ! $\Rightarrow$ C=1
  - En "signé" : -128+(-127)=+1 : débordement ! $\Rightarrow$ V=1

UNIVERSITÉ DE ROUEN

Exercices

- Réaliser les additions suivantes sur 8 bits, et en déduire l'état de NZVC après l'opération.

Opération	Résultat	N	Z	V	C
`$40 + $30`					
`$40 + $60`					
`$40 + $C0`					
`$40 + $F0`					

Implémentation de tests en assembleur

- Les test sont fait via une instruction de comparaison (soustraction), suivie d'une instruction de branchement conditionnel.
- Exemple 1 : test de l'égalité :

- En C :

```
1    if( var1 != 2 )
2       MaFonction();
3    LaSuite();
```

Implémentation de tests en assembleur

- Les test sont fait via une instruction de comparaison (soustraction), suivie d'une instruction de branchement conditionnel.
- Exemple 1 : test de l'égalité :

- En C :

```
1    if( var1 != 2 )
2       MaFonction();
3    LaSuite();
```

- En assembleur (*Freescale*)

```
1  BOUCLE  ldaa   var1
2          cmpa   #2
3          b      etape2
4          bsr    MaFonction
5  etape2  bsr    LaSuite
```

Implémentation de tests en assembleur

- Les test sont fait via une instruction de comparaison (soustraction), suivie d'une instruction de branchement conditionnel.
- Exemple 1 : test de l'égalité :

- En C :

```
1    if( var1 != 2 )
2       MaFonction();
3    LaSuite();
```

- En assembleur (*Freescale*)

```
1  BOUCLE  ldaa   var1
2          cmpa   #2
3          b      etape2
4          bsr    MaFonction
5  etape2  bsr    LaSuite
```

- Exemple 2 : test du signe :

- En C :

```
1    if( var1 >= 0 )
2       MaFonction();
3    LaSuite();
```

Implémentation de tests en assembleur

- Les test sont fait via une instruction de comparaison (soustraction), suivie d'une instruction de branchement conditionnel.
- Exemple 1 : test de l'égalité :

- En C :

```
1    if( var1 != 2 )
2       MaFonction();
3    LaSuite();
```

- En assembleur (*Freescale*)

```
1  BOUCLE  ldaa   var1
2          cmpa   #2
3          b      etape2
4          bsr    MaFonction
5  etape2  bsr    LaSuite
```

- Exemple 2 : test du signe :

- En C :

```
1    if( var1 >= 0 )
2       MaFonction();
3    LaSuite();
```

- En assembleur (*Freescale*)

```
1  BOUCLE  ldaa   var1
2          b      etape2
3          bsr    MaFonction
4  etape2  bsr    LaSuite
```